

# 패턴 34

공간도형의 연산

편집:우에노리에

1.

$p+q+r$ 의 값은?



- ① 6

2.

의 정사영을 각각  $P'$ ,  $Q'$  이라 할 때, 삼각형  $OP'Q'$  의 넓이는? (단,  $O$  는 원점이다.)

- ① 1

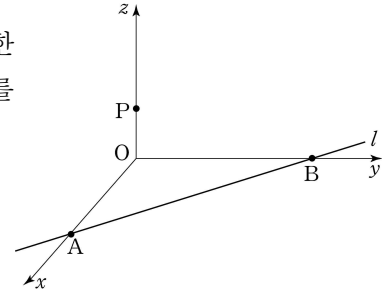
3.

로부터 직선  $l$  에 이르는 거리는?

- ① 1

4. **2010** **평가원(3점)**

좌표공간에서 점  $P(-3, 4, 5)$ 를  $yz$ 평면에 대하여 대칭이동한 점을  $Q$ 라 하자. 선분  $PQ$ 를 2:1로 내분하는 점의 좌표를  $(a, b, c)$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.



5. **2008** **평가원(3점)**

다음 조건을 만족하는 점  $P$  전체의 집합이 나타내는 도형의 둘레의 길이는?

좌표공간에서 점  $P$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구가 두 개의 구

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$$

에 동시에 외접한다.

- ①  $\frac{2\sqrt{5}}{3}\pi$       ②  $\sqrt{5}\pi$       ③  $\frac{5\sqrt{5}}{3}\pi$
- ④  $2\sqrt{5}\pi$       ⑤  $\frac{8\sqrt{5}}{3}\pi$

6. **2006** **평가원(3점)**

좌표공간의 세 점  $A(a, 0, b), B(b, a, 0), C(0, b, a)$ 에 대하여  $a^2 + b^2 = 4$ 일 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이의 최솟값은?

(단,  $a > 0$ 이고  $b > 0$ 이다.)

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2
- ④  $\sqrt{5}$       ⑤ 3

7. 2012 교육청(3점)

구  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z - 3 = 0$  을  $xy$  평면으로 자른 단면을 밑면으로 하고, 구에 내접하는 원뿔의 부피의 최댓값은?

- ①  $\frac{31}{3}\pi$                       ②  $\frac{32}{3}\pi$                       ③  $11\pi$   
 ④  $\frac{34}{3}\pi$                       ⑤  $\frac{35}{3}\pi$

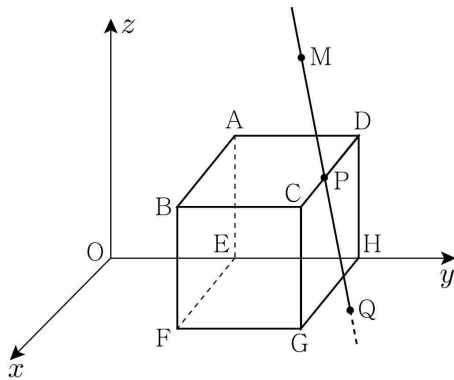
8. 2012 교육청(4점)

평면  $\alpha$  위에 거리가 4인 두 점 A, C와 중심이 C이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 점 A에서 이 원에 그은 접선의 접점을 B라 하자. 점 B를 지나고 평면  $\alpha$ 와 수직인 직선 위에  $\overline{BP}=2$ 가 되는 점을 P라 할 때, 점 C와 직선 AP 사이의 거리는?

- ①  $\sqrt{6}$                       ②  $\sqrt{7}$                       ③  $2\sqrt{2}$   
 ④ 3                          ⑤  $\sqrt{10}$

9. 2009 교육청(4점)

그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체  $ABCD-EFGH$  에서  $A(0, 3, 3)$ ,  $E(0, 3, 0)$ ,  $F(3, 3, 0)$ ,  $H(0, 6, 0)$  이다.



점  $M(1, 5, 6)$  과 정육면체의 모서리 위를 움직이는 점 P에 대하여 직선 MP가  $xy$  평면과 만나는 점을 Q라 하자. 이때, 선분 MQ의 길이의 최댓값은?

- ①  $2\sqrt{11}$                       ②  $2\sqrt{13}$                       ③  $2\sqrt{14}$   
 ④  $2\sqrt{15}$                       ⑤  $2\sqrt{17}$

10. **2004** **평가원(4점)**

좌표공간에 반구  $(x-5)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9, z \geq 0$  가 있다.  $y$  축을 포함하는 평면  $\alpha$  가 반구와 접할 때,  $\alpha$  와  $xy$  평면이 이루는 각을  $\theta$  라 하자. 이때,  $30\cos\theta$  의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

11. **2010** **교육청(4점)**

좌표공간에  $x$  축,  $y$  축 및  $z$  축에 접하는 구

$$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$$

가 있다. 점  $A(0, 0, 3)$ 에서 구  $S$ 에 그은 접선들과  $xy$ 평면의 교점으로 이루어진 도형에서 두 점  $P, Q$ 를 잡는다. 두 점  $P, Q$ 사이의 거리의 최댓값을  $M$ 이라 할 때,  $M^2$ 의 값을 구하시오.

12. **2009** **교육청(4점)**

반지름의 길이가 각각 2, 4, 8 이고 서로 외접하는 세 개의 구가 평면  $\alpha$  위에 놓여 있다. 세 구의 중심을 각각 A, B, C 라 하고, 평면 ABC 와 평면  $\alpha$  가 이루는 예각의 크기를  $\theta$  라 하자.  $\cos\theta = \frac{b}{a}\sqrt{2}$  일 때,  $a+b$  의 값을 구하시오.

(단,  $a, b$  는 서로소인 자연수이다.)

13. **2006** **교육청(4점)**

좌표공간에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 9인 구가 세 점  $A(18, 0, 0)$ ,  $B(0, 9, 0)$ ,  $C(0, 0, 9)$ 를 지나는 평면에 의하여 잘린 도형의 넓이는  $a\pi$ 이다. 이때,  $a$ 의 값을 구하시오.

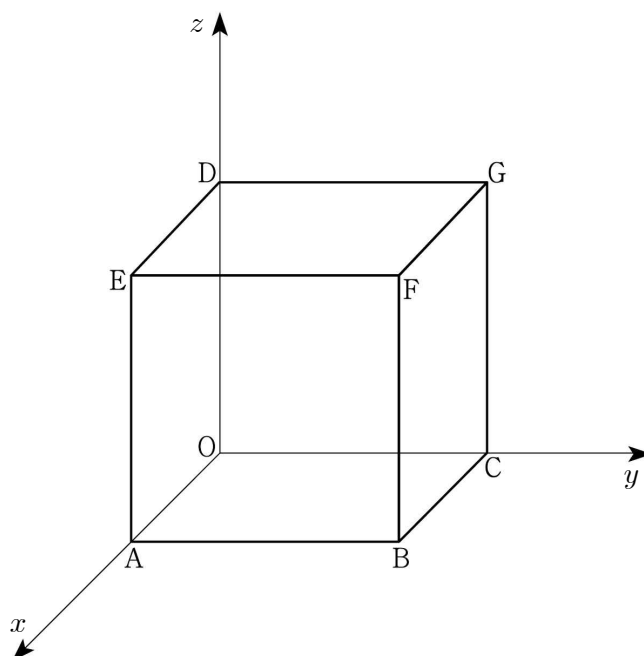
14. **2006** **교육청(4점)**

구  $x^2 + y^2 + z^2 = 2$  위의 점 P와 두 정점  $A\left(\frac{7}{2}, 3, -1\right)$ ,  $B\left(\frac{5}{2}, 1, -3\right)$ 에 대하여  $\overline{AP} = \overline{BP}$ 가 성립한다.  $\triangle ABP$ 의 넓이의 최댓값은?

- ①  $\frac{11}{2}$                       ②  $\frac{13}{2}$                       ③  $\frac{15}{2}$   
 ④  $\frac{17}{2}$                       ⑤  $\frac{19}{2}$

15. **2012** **교육청(4점)**

그림과 같이 좌표공간에 있는 정육면체  $OABC-DEFG$ 에서  $A(4, 0, 0)$ ,  $C(0, 4, 0)$ ,  $D(0, 0, 4)$ 이다. 이 정육면체가 평면  $x + y + 2z = 6$ 에 의하여 잘린 단면의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $S^2$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.)



16. **2006** **교육청(4점)**

$x$ 축을 중심을 갖는 두 평면이 구  $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 4$  위의 두 점  $A, B$ 에서 접한다. 구의 중심을  $C$ ,  $\triangle CAB$ 의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $10S$ 의 값을 구하시오.

17. **2008** **교육청(4점)**

좌표공간 위의 세 점  $P(3, 0, 0)$ ,  $Q(0, 3, 0)$ ,  $R(0, 0, 3)$ 을 포함하는 평면을  $\alpha_1$ ,  $\triangle PQR$ 의 외접원을  $C_1$ 이라 하자. 또한, 반지름이  $r$ 이고 중심의 좌표가  $F(6, -3, -3)$ 인 구  $S$ 에 대하여, 평면  $\alpha$ 와 구  $S$ 가 만나서 생기는 원을  $C_2$ 라 하자. 두 원  $C_1$ 과  $C_2$ 는 서로 외접할 때,  $r^2$ 의 값을 구하시오.

18. **2012** **평가원(4점)**

좌표공간에서 구

$$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

위를 움직이는 점  $P$ 가 있다. 점  $P$ 에서 구  $S$ 에 접하는 평면이 구  $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 과 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값은  $(a+b\sqrt{3})\pi$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 자연수이다.)

19. **2007** **수능 (3점)**

좌표공간에서 평면  $x=3$ 과 평면  $z=1$ 의 교선을  $l$ 이라 하자. 점  $P$ 가 직선  $l$  위를 움직일 때, 선분  $OP$ 의 길이의 최솟값은?

(단,  $O$ 는 원점이다.)

- |               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| ① $2\sqrt{2}$ | ② $\sqrt{10}$ | ③ $2\sqrt{3}$ |
| ④ $\sqrt{14}$ | ⑤ $3\sqrt{2}$ |               |

- 1) 정답 ②
- 2) 정답 ①
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 10
- 5) 정답 ⑤
- 6) 정답 ②
- 7) 정답 ②
- 8) 정답 ②
- 9) 정답 ⑤
- 10) 정답 24
- 11) 정답 72
- 12) 정답 3
- 13) 정답 45
- 14) 정답 ③
- 15) 정답 294
- 16) 정답 16
- 17) 정답 27
- 18) 정답 13
- 19) 정답 ②