

2024학년도 2468 사설스러운 모의고사

수학 영역

성명		수험 번호												
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

:O

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
 - **공통과목** 1~8 쪽
 - **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{5}{4}} \times (\sqrt{2})^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 9$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [2점]

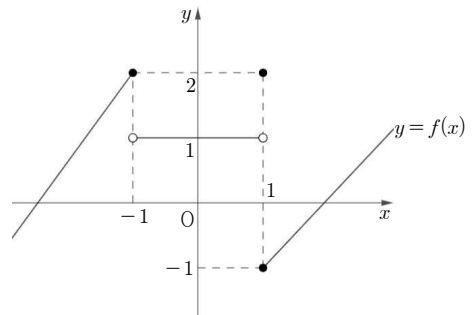
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $3\sin(-\theta) = \tan\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = x^3 f(x) + x$$

라 하자. $f(1) = 1$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 함수 $y = 2^{x-1}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y = \log_2(2x+5)$ 의 그래프를 x 축 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 + a_5 = 22, \quad \sum_{k=2}^{11} a_k = 215$$

를 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - 6t$$

이다. $v(k) = -9$ 일 때, 시간 $t=0$ 부터 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 양수이다.) [3점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

9. $0 < t < 4$ 인 실수 t 에 대하여 좌표평면 위의 점 $(t, t^3 - 4t^2)$ 을 지나고 기울기가 3인 직선과 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. 함수 $S(t)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

10. 모든 항이 음수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$a_n \times a_{n+2}$ 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 a_{n+1} 이다.

$a_1 = -1, a_3 = -2$ 일 때, a_{10} 의 값은? [4점]

- ① $-16\sqrt{2}$ ② -16 ③ $-8\sqrt{2}$ ④ -8 ⑤ $-4\sqrt{2}$

11. 곡선 $y = \tan \pi x$ ($-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$) 위의 서로 다른 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 양수 a 에 대하여 점 C를 $C(a, -\sin a\pi)$ 라 할 때, 직선 AC의 기울기는 $\frac{2}{5} \sin a\pi$ 이고 선분 BC의 중점의 x 좌표가 $\frac{1}{4}$ 이다. $\cos a\pi$ 의 값은?
(단, O는 원점이고, 점 A의 x 좌표는 음수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $-2 \leq x < 2$ 일 때,

$$f(x) = |x| - k$$

이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x+4)$ 을 만족시킨다. 함수

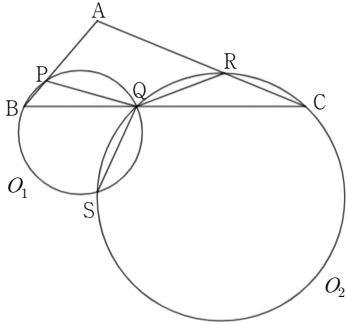
$$g(x) = \int_{\frac{x+|x|}{2}}^{x+4} f(t) dt$$

가 $x = \alpha$ ($\alpha < 0$)에서 최솟값을 가질 때, 실수 k 의 최댓값은?

[4점]

- ① $4 - 2\sqrt{2}$ ② $3 - \sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{2} - 2$
④ $2 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2} - 1$

13. 그림과 같이 $\cos(\angle BAC) = -\frac{5}{16}$, $\overline{BC} = 5$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AB 위의 점 P, 선분 BC 위의 점 Q, 선분 CA 위의 점 R에 대하여 삼각형 PBQ의 외접원 O_1 과 삼각형 RCQ의 외접원 O_2 의 넓이의 비가 1:4이고, 두 원 O_1, O_2 의 교점 S가 $\overline{QP} = \overline{QR} = \overline{QS}$ 을 만족시킨다. $\overline{BQ} = 2$ 일 때, 선분 PQ의 길이는? (단, 점 S는 삼각형 ABC의 외부에 있다.) [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{15}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{65}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{70}}{5}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

14. 최고차항의 계수가 2이고 $f(-2) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x < 0) \\ -f'(x) - 8 & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 음의 실근과 양의 실근을 갖는다.
- ㄴ. $f(0) < 0$ 이면 함수 $g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 극솟값을 갖지 않는다.
- ㄷ. 함수 $g(x)$ 가 극솟값 4를 가지면 함수 $g(x)$ 가 극대가 되는 모든 x 의 값의 합은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3k & (a_n < 0) \\ a_n - 1 & (0 \leq a_n < 3) \\ a_n - 2k & (3 \leq a_n) \end{cases}$$

이다.

$a_{19} < 5$ 가 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

단답형

16. 방정식

$$\log_2(3x-4) + \log_2 x = 5$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 + 2x + 1, \quad f(1) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1 = -6$ 이고

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - b_k) = 4, \quad \sum_{k=1}^{10} (a_k - 2b_k) = 0$$

일 때, $\sum_{k=2}^{10} (a_k + b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1이고 $f(-2) = 0$ 인 이차함수 $f(x)$ 와 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < 0) \\ ax + b & (x \geq 0) \end{cases}$$

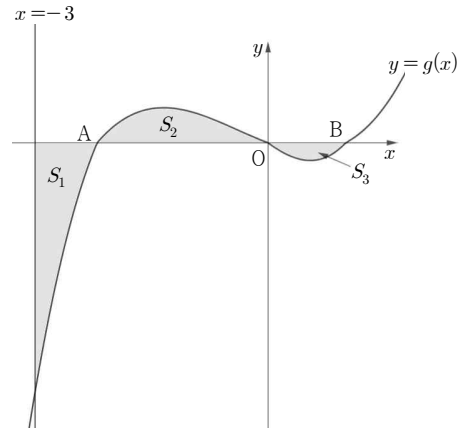
라 하자. 함수 $|g(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a \times b$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(1, 0)$ 와 함수 $f(x) = x(x-1)(x-a)$ 가 있다. 함수

$$g(x) = 3f(x) - |f(x)|$$

에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $x = -3$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 두 선분 OA , OB 로 둘러싸인 부분의 넓이를 각각 S_2, S_3 이라 하자.

세 수 S_1, S_2, S_3 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $25a^2$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 $-3 < a < 0$ 인 상수이다.) [4점]



21. 자연수 n 에 대하여 $\log_4 2n^8 \times \log_2(8\log_2 2n)$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22. 함수

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + b$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 양수 a, b 에 대하여 $6a^2 - b$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

x 에 대한 방정식 $f(x) = 9$ 의 서로 다른 실근의 개수와 x 에 대한 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 같다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.
- 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하십시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n\sqrt{n^2+3n+2}-n^2}{n+3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 함수 $f(x)=\sec^2x$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\pi}{3n} f\left(\frac{k\pi}{3n}\right)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $2\sqrt{3}$

25. 함수 $f(x)=x^3+x+3$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$h(-x)=g(x+2)$$

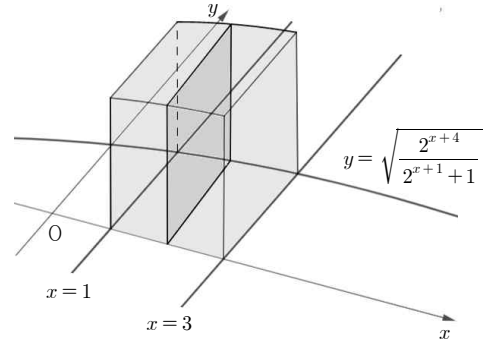
을 만족시킬 때, $h'(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

26. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{\frac{2^{x+4}}{2^{x+1}+1}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1$,

$x=3$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는?

[3점]



- ① $16\log_2 \frac{17}{5}$ ② $8\log_2 \frac{17}{5}$ ③ $4\log_2 \frac{17}{5}$
 ④ $16\log_2 \frac{16}{5}$ ⑤ $8\log_2 \frac{16}{5}$

27. 함수 $f(x) = \sin x (0 < x < \pi)$ 와 실수 $t (0 < t < \frac{\pi}{2})$ 에 대하여 y 좌표가 같은 곡선 $y = f(x)$ 위의 서로 다른 두 점 $P(t, \sin t)$, Q 가 있다. 점 R 을 $\overline{PR} = \overline{QR}$, $\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P 의 접선과 선분 RQ 가 점 S 에서 만날 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{RS}}{t^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}\pi$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{8}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{16}\pi$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$x^3 f'(x) = 24(x+1)f(2x+2)$$

를 만족시킨다. $f(-1) = -4$, $\int_{-1}^2 x^3 f'(x) dx = -15$ 일 때,

$\int_{-1}^0 x^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{7}{4}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{4}$ ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ $-\frac{11}{4}$

단답형

29. 첫째항이 $a(a > 0)$ 이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(b_n - a_n)(b_n + 2) = 0$

(나) $(2n - 9)(b_n + 1) > 0$

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = -8$ 이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. $t \geq \frac{4\sqrt{e}}{e}$ 인 실수 t 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 증가하는 함수

$$f(x) = t\sqrt{x} + x(\ln x - 2)$$

가 있다. 일차함수 $g(x)$ 와 양수 k 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$y = |f(x) - g(x)|$$

가 $x=k$ 에서 최솟값 $g(k)$ 를 가질 때, k 의 최솟값을 $h(t)$ 라 하자. $h'(10)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하십시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.