다항식

-곱셈공식

$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3,\ (a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

$$(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3,\ (a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$$

-다항식의 나눗셈

일반적으로 다항식 A를 다항식 $B(\neq 0)$으로 나누었을 때 몫을 Q, 나머지를 R이라 하면

$$A = BQ+R$$

와 같이 나타낼 수 있다. (단, R의 차수는 B의 차수보다 낮거나 상수이다.)

특히 $R=0$이면 나누어떨어진다고 한다.

-조립제법

다항식을 일차식으로 나눌 때 몫과 나머지를 구하는 방법

예시)

다항식 x^3-5x-3을 $x+1$로 나누었을 때, 몫과 나머지를 오른쪽과 같이 조립제법을 이용하여 구하면 몫은 x^2-x-4이고 나머지는 1이다.

-1	1	0	-5	-3
		-1	1	4
	1	-1	-4	1

1)비상 교과서 수학 P18 스스로 확인하기

나머지정리와 인수분해

-항등식의 성질

항등식: 문자에 어떤 값을 대입하여도 항상 성립하는 등식

미정계수법: 미지의 계수와 상수항을 정하는 방법

(1) 계수비교

양변의 동류항을 비교하는 방법

$ax^2+bx+c=0$이 x에 관한 항등식이다 $\Leftrightarrow$ $a=0, b=0, c=0$이다.

$ax^2+bx+c=a'x^2+b'x+c$이 x에 관한 항등식이다. $\Leftrightarrow$ $a=a'$, $b=b'$, $c=c'$

(2) 수치대입

문자에 적당한수를 대입하는 방법

-나머지정리

다항식 $P(x)$를 $x-a$로 나누었을 때, 나머지를 R이라 하면

$$R=P(a)$$

-인수정리

다항식 $P(x)$에 대하여

$P(a)=0$ $\Leftrightarrow$ $P(x)$는 $x-a$로 나누어떨어진다.

-인수분해 공식

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=(a+b+c)^2$

$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$, $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3=(a-b)^3$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$, $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

좌표평면

-두 점 사이의 거리

좌표평면 위의 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 사이의 거리

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

-내분점, 외분점

정의

선분 AB 위의 점 P는 선분 $\overline{AB}$을 $m:n$으로 내분한다 $\Leftrightarrow$ $\overline{AP} : \overline{PB} = m:n$

선분 AB의 연장선 위의 점 Q는 선분 $\overline{AB}$을 $m:n$으로 외분한다 $\Leftrightarrow$ $\overline{AQ} : \overline{QB} = m:n$

두 점$A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$를 이은 선분 AB를 $m:n$으로

(1) 내분하는 점 P의 좌표 (내분점)

$$\left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}\right)$$

(2) 외분하는 점 Q의 좌표 (외분점)

$$\left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}\right)$$

-점과 직선 사이의 거리

$P(x_1, y_1)$과 점 P를 지나지 않는 직선 $ax + by + c = 0$ 사이의 거리

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

직선의 방정식

-직선의 방정식

(1) 점 $A(x_1, y_1)$를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

(2) 서로 다른 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$를 지나는 직선의 방정식

$$x_1 \neq x_2\text{일 때, } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$x_1 = x_2\text{일 때, } x = x_1$$

(3) 일차방정식$ax + by + c = 0$이 나타내는 도형

$$a \neq 0,\ b \neq 0\text{일 때, } y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$a \neq 0,\ b = 0\text{일 때, } x = -\frac{c}{a}$$

$$a = 0,\ b \neq 0\text{일 때, } y = -\frac{c}{b}$$

-두 직선의 평행조건과 수직조건

두 직선 $l : y = mx + n$, $l' : m'x + n'$에 대하여

(1) 평행조건

$$l\text{과 } l'\text{이 서로 평행하다 } \Leftrightarrow m = m',\ n \neq n'$$

(2) 수직조건

$$l\text{과 } l'\text{이 서로 수직하다 } \Leftrightarrow m \times m' = -1$$

도형의 방정식

-원의 방정식

중심이 $C(a, b)$이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

방정식 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$이 나타내는 도형

$$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2+\left(y+\frac{B}{2}\right)^2=\frac{A^2+B^2-4C}{4}$$

(1) $A^2+B^2-4C>0$이면 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$이고 반지름이 $\frac{\sqrt{A^2+B^2-4C}}{2}$인 원

(2) $A^2+B^2-4C=0$이면 $\left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$인 한 점

(3) $A^2+B^2-4C<0$이면 존재하지 않는다.

-원과 직선의 방정식과의 관계

(A) 판별식 이용

원의 방정식과 직선의 방정식을 연립하였을 때 나오는 이차식을 기준으로
원과 직선의 교점의 개수는 이차방정식의 실근의 개수와 같다.

(A-1) $D>0 \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.

(A-2) $D=0 \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다(=접한다), 이때 한 점을 접점, 직선을 접선이라 함.

(A-3) $D<0 \Leftrightarrow$ 만나지 않는다.

(B) 원의 중심과 직선 사이 거리 d와 원의 반지름 길이 r 비교

(B-1) $d<r \Leftrightarrow$ 서로 다른 두 점에서 만난다.

(B-2) $d=r \Leftrightarrow$ 한 점에서 만난다(=접한다), 이때 한 점을 접점, 직선을 접선이라 함.

(B-3) $d>r \Leftrightarrow$ 만나지 않는다.

-원의 접선의 방정식

(1) 원 $x^2+y^2=r^2$에 접하고 기울기가 m인 접선의 방정식

$$y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$$

(2) 원 $x^2+y^2=r^2$ 위의 점 $P(x_1, y_1)$을 지나는 접선의 방정식

$$x_1x+yy_1=r^2$$

도형의 이동

-도형의 평행이동

방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식 $$f(x-a, y-b)=0$$

-도형의 대칭이동

방정식 $f(x, y)=0$이 나타내는 도형을 (1) x축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식 $f(x, -y)=0$ (2) y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식 $f(-x, y)=0$ (3) 원점에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식 $f(-x, -y)=0$

-직선 $y=x$에 대하여 대칭이동

점 $P(x, y)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 $$(y, x)$$ 방정식 $f(x,y)=0$이 나타내는 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식 $$f(y, x)=0$$