2025학년도 수학 기출 분석

1. 2025 3월 모의고사

9. 좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, $(\log_2 9, k)$를 지나는 직선이 직선 $(\log_4 3)x + (\log_9 8)y - 2 = 0$에 수직일 때, 3^k의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

---

comment. 로그의 성질을 활용한 식 조작을 할 수 있는지에 대해 묻는 문제.

해설.

9. 좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, $(\log_2 9, k)$를 지나는 직선이 직선 $(\log_4 3)x+(\log_9 8)y-2=0$에 수직일 때, 3^k의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]

① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

제시된 두 점을 지나는 직선을 l이라고 할 때, l은 원점을 지나는 직선이므로 기울기는 원점을 제외한 주어진 좌표의 $\dfrac{y좌표}{x좌표}$이다. $\therefore l$의 기울기 $= \dfrac{k}{\log_2 9}$

l이 직선 $(\log_4 3)x+(\log_9 8)y-2=0$과 수직이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1이다.

직선 $(\log_4 3)x+(\log_9 8)y-2=0$의 기울기는 $-\dfrac{\log_4 3}{\log_9 8}=-\dfrac{\frac{1}{2}\log_2 3}{\frac{3}{2}\log_3 2}=-\dfrac{\log_2 3}{3\log_3 2}$이므로

$\therefore -\dfrac{\log_2 3}{3\log_3 2}\times\dfrac{k}{\log_2 9}=-1$ -> $k=6\log_2 3$

$\therefore 3^k=3^{6\log_3 2}=2^6$

정답. ③

*알아두기

1. 원점과 (a, b)를 지나는 직선의 기울기 $=\dfrac{b}{a}$

10. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-6t-2, \quad v_2(t)=-2t+6$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q가 다시 만날 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

---

comment. 수학II 속도와 가속도 단원의 이해를 묻는 문제. 구하는 것이 무엇인지에 주목하고 실수에 유의하자.

해설.

10. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\ge 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-6t-2,\quad v_2(t)=-2t+6$$

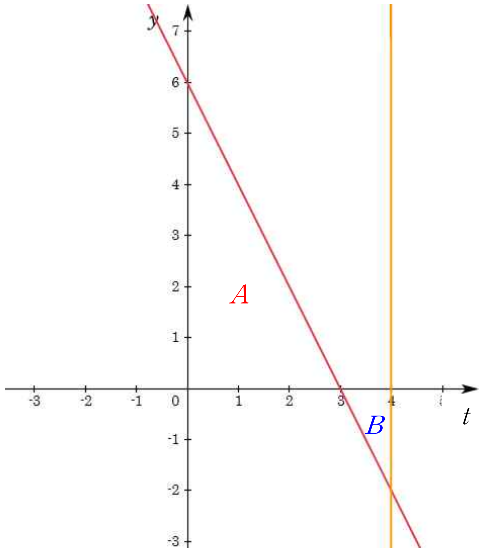
이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q가 다시 만날 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

두 점 P, Q가 만난다는 것은 $x_1(t)=x_2(t)$를 의미한다.
즉, 점 P의 위치변화량과 점 Q의 위치변화량이 같다는 의미이다. 따라서 두 점이 다시 만나는 t의 값을 $a(a\ge 0)$라고 할 때, $\int_0^a v_1(t)\,dt=\int_0^a v_2(t)\,dt \dashrightarrow \int_0^a \{v_1(t)-v_2(t)\}dt=0$

$$\therefore \int_0^a (3t^2-6t-2)-(-2t+6)\,dt=\int_0^a (3t^2-4t-8)\,dt=a^3-2a^2-8a=0$$

즉 $a=4\,(a\ge 0)$



점 Q가 $t=0$부터 4까지 이동한 거리는 삼각형 A, B의 넓이의 합과 같다.

$$\therefore 3\times 6\times \frac{1}{2}+2\times 1\times \frac{1}{2}=10$$

정답. ④

*알아두기

1. 한 점이 $[a,b]$에서 이동한 거리는 그 점의 속도 그래프와 x축, $x=a$, $x=b$로 둘러쌓인 넓이와 같다.

2. 속도와 가속도 문제를 풀때는 구하는 것이 위치변화량인지 이동한 거리인지 정확히 파악하도록 하자.

11. 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_6 = -2, \quad \sum_{k=1}^{8} |a_k| = \sum_{k=1}^{8} a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값은? [4점]

① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

---

comment. 자주 등장하는 수열과 절댓값을 합한 문제. 공차의 정수 조건에 주목하자.

해설.

11. 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_6 = -2, \quad \sum_{k=1}^{8} |a_k| = \sum_{k=1}^{8} a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값은? [4점]

① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

등차수열의 항 a_1~a_8 중에서 음수가 아닌 항들의 합을 A, 음수인 항들의 합을 B라고 하자.
이를 활용해 주어진 식을 나타내면 $A-B=A+B+42$이다. $\therefore B=-21$

등차수열 a_n의 공차를 d라고 할 때, $d=-2-a_5<0$이므로 $a_5>-2$이고, a_6, d가 모두 정수이므로 등차수열 a_n의 모든 항은 정수이다. $\therefore a_5=-1$ or $a_5=$ 음이 아닌 정수

1. $a_5=-1$
$a_5=-1$일 때 공차는 -1이므로 a_5~a_8의 합은 -1-2-3-4=-10$\neq$-21 이므로 조건에 모순이다.

2. $a_5=$ 음이 아닌 정수
a_6~a_8의 합을 -2+(-2+d)+(-2+2d)=-6+3d=-21 이라고 할 때, d=-5 이므로 조건에 부합한다.
$a_1=-2-5d=23$ 이고, $a_8=-2+2d=-2-10=-12$이다.

$$\therefore \sum_{k=1}^{8} a_n = \frac{8\times(23-12)}{2} = 44$$

정답. ②

*알아두기
1. 미지수에 대하여 정수, 자연수 조건 등 특정할 수 있는 범위가 주어진 경우에
이에 주목하여 풀이하도록 하자.

2. 등차수열의 합=평균×항의 개수

12. 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} 3x^2+3x+a & (x<0) \\ 3x+a & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수

$$g(x)=\int_{-4}^{x} f(t)\,dt$$

가 $x=2$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은? [4점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

---

comment. 함수의 극대와 극소가 언제 발생하는지에 대한 이해가 필요한 문제.
이 문제에선 괜찮지만 개념을 정확히 알지 못하면 실수의 원인이 된다.

해설.

12. 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}3x^2+3x+a & (x<0)\\ 3x+a & (x\ge 0)\end{cases}$$

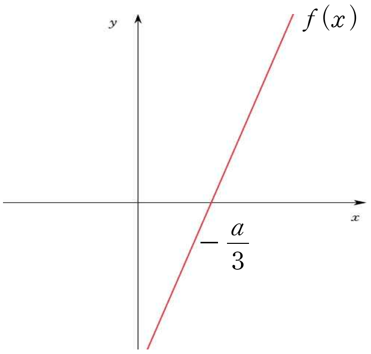
이다. 함수

$$g(x)=\int_{-4}^{x} f(t)\,dt$$

가 $x=2$에서 극솟값을 가질 때, 함수 $g(x)$의 극댓값은? [4점]

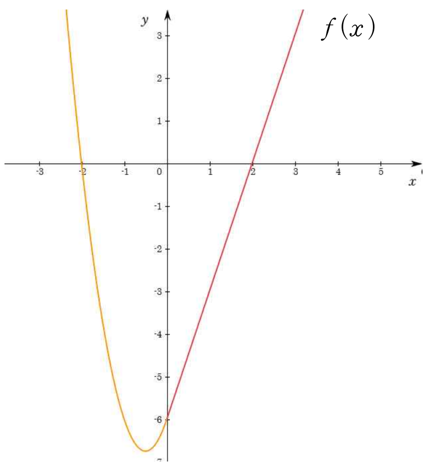
① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

$g(x)=\int_{-4}^{x} f(t)\,dt$의 양 변을 미분하면 $g'(x)=f(x)$이다. 즉 $g(x)$의 도함수가 $f(x)$라는 것을 알 수 있다. 따라서 $g(x)$가 $x=2$에서 극솟값을 가지려면 $f(x)$의 부호가 $x=2$를 기준으로 음수에서 양수로 바뀌어야 한다. $x\ge 0$일 때, $f(x)=3x+a$ 이므로 다음과 같이 그래프가 그려진다.



다음 그림에서 위의 조건을 만족시키기 위해서는 $-\frac{a}{3}=2$이어야 한다. $\therefore a=-6$

$a=-6$일 때 $f(x)$의 그래프는 다음과 같이 그려진다.



$f(x)$가 $x=-2$에서 부호가 양수에서 음수로 변하므로 $g(x)$는 $x=-2$일 때 극댓값을 갖는다.

$$\therefore g(-2)=\int_{-4}^{-2} f(t)\,dt=26$$

정답. ⑤

*알아두기

1. 이 문제는 $f(2)=0$만을 활용해서 해결할 수 있지만, 정확한 풀이를 위해서는 $x=2$에서의 부호변화를 관찰해야 한다.

2. $x=a$를 기준으로 도함수의 부호가...
   (1)양수->음수 -------> $x=a$에서 극대
   (2)음수->양수 -------> $x=a$에서 극소