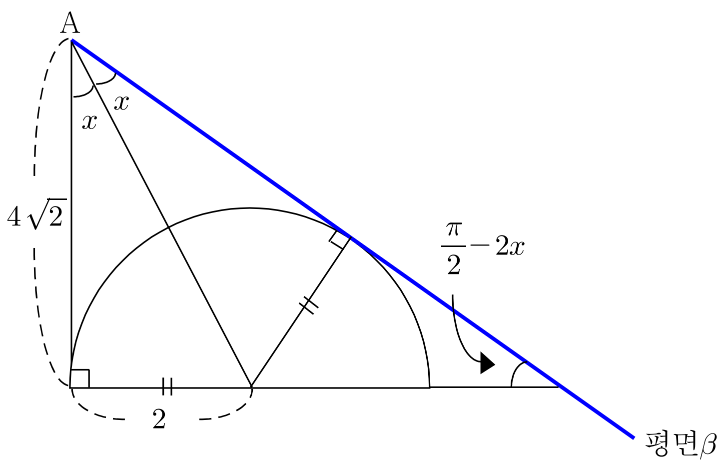
6번 해설 : $\overrightarrow{DB} \cdot (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) = 2\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AB} = 36$

7번 해설 : $6\theta_1 = 2\pi$, $\theta_1 = \dfrac{\pi}{3}$이고, 선분AA′의 중점을 M이라 할 때,

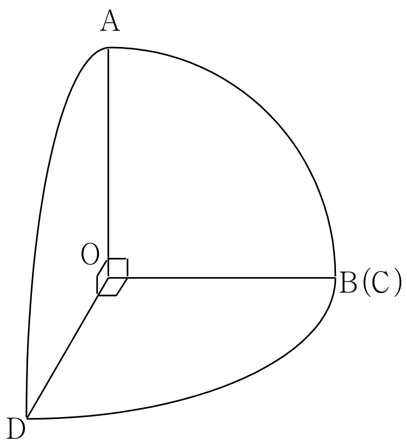
$\cos^2\theta_2 = \dfrac{\overline{BM}^2}{\overline{CM}^2} = \dfrac{27}{43}$ 이 되므로 $36 \times \dfrac{3}{4} \times \dfrac{43}{27} = 43$

9번 해설: 옆에서 바라본 모습을 단면화하면 아래와 같습니다.



$\cos\theta = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - 2x\right) = \sin 2x = 2\sin x \cos x = 2 \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{2\sqrt{2}}{3} = \dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

13번 해설:두 선분OA,OD를 접는 선으로 하여 두 점 B,C를 일치하도록 접는다면 아래와 같은 상황이 됩니다.



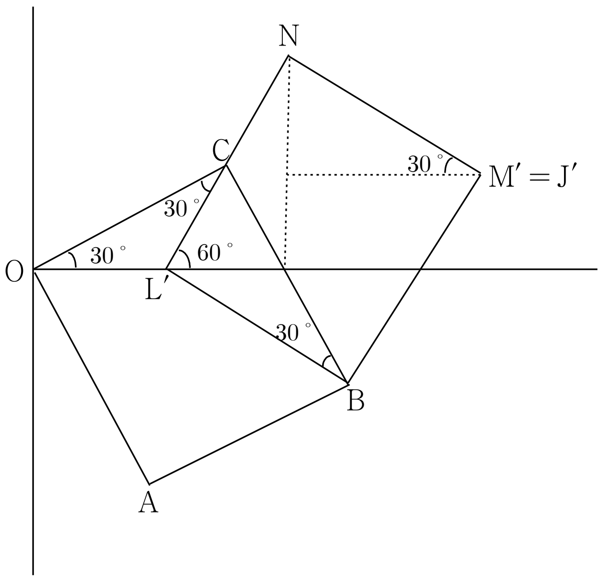
O는 원점이라 생각하면 평면ABD의 법선벡터는 (1,1,1)
평면OAB,OAD,OBD의 법선벡터는 각각 (1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)이므로
그림자의 넓이는 $3\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times 9\pi = 9\sqrt{3}\pi$ 가 됩니다.

14번 해설

직선BC가 평면ABH와 수직이 됩니다. 선분CA의 중점을 M, 선분AB의 중점을 M′라 하면, 선분MM′도 평면ABH와 수직이 되므로 (평행이동)

$$\tan\theta = \frac{\overline{M'H}}{\overline{MM'}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$가 됩니다.

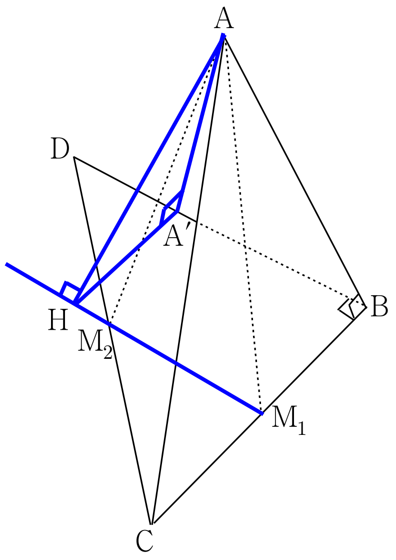
15번 해설: x,y좌표를 알아내기 위해서 xy평면 위로의 정사영을 생각한다면,
다음 그림과 같습니다. 점N의 좌표는 $(-6, 4\sqrt{3}, 0)$가 됩니다.

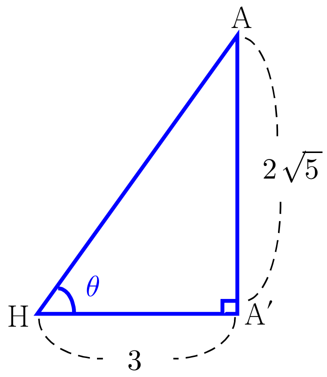


점J′의 좌표는 점N을 x축으로 +3만큼, y축으로 $+3\sqrt{3}$만큼 평행이동한 점이 바로 점J'의 x,y좌표가 됩니다. $(-6+3, 4\sqrt{3}+3\sqrt{3}, 0) = (-3, 7\sqrt{3}, 0)$이므로,
-3 + 147 = 144가 됩니다.

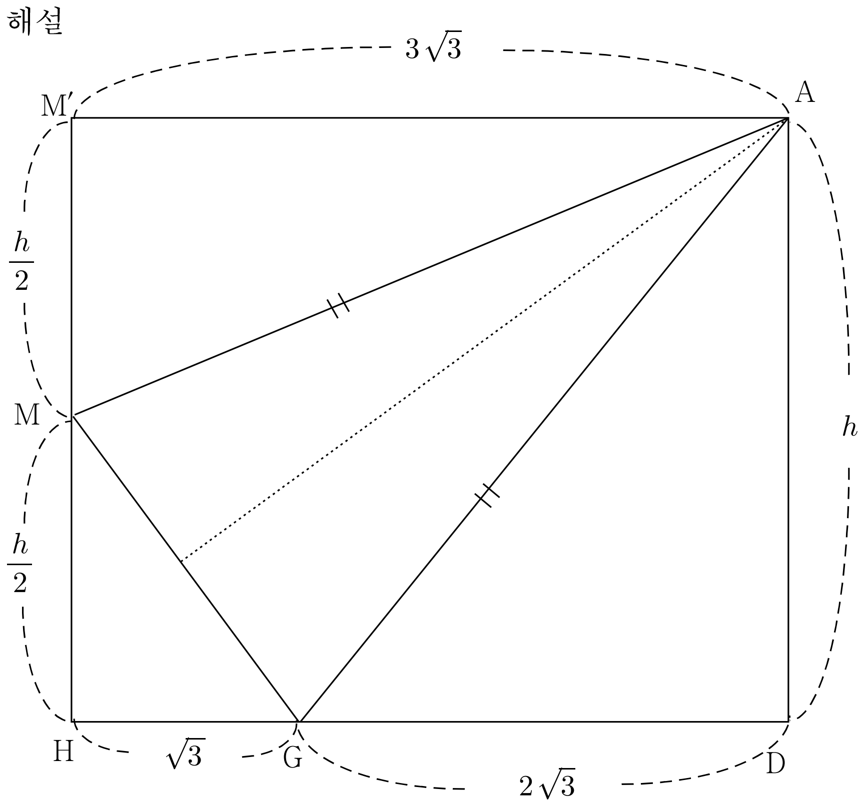
16번 해설

변AB의 길이를 6이라고 둔다면.. 아래 그림과 같습니다. 따라서 정답은 2번이 됩니다.





19번 해설

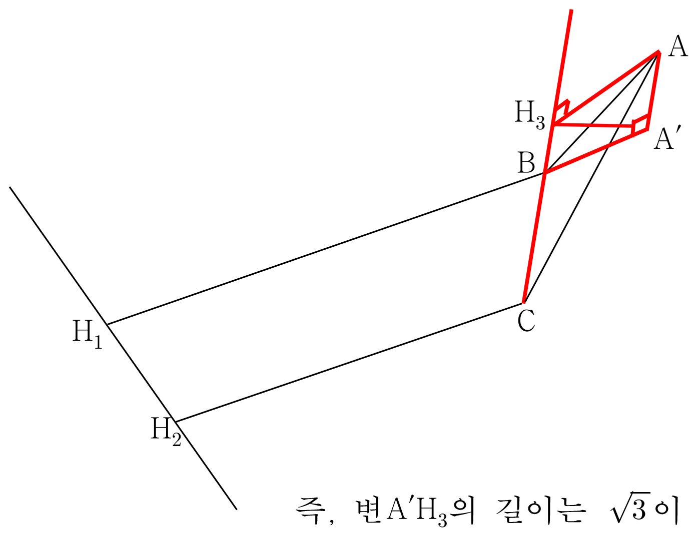


$\overline{\mathrm{AG}}=\overline{\mathrm{AM}}$이므로 $\frac{h^2}{4}+27=h^2+12$, $h^2=20$, $h=2\sqrt{5}$ 이므로 선분MG의 길이는 $2\sqrt{2}$가 되고 따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{30}$이 됩니다.

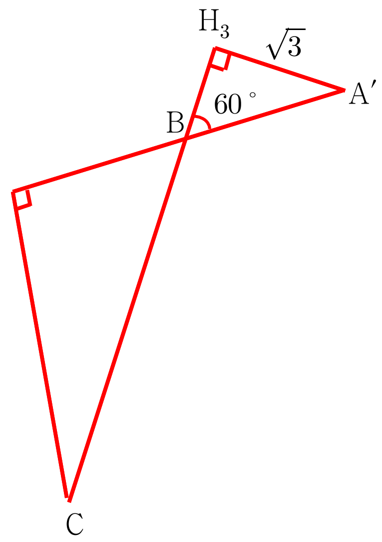
따라서 정답은 $\sqrt{20\times30}=\sqrt{600}=10\sqrt{6}$

20번 해설

점A에서 직선BC에 내린 수선의 발을 H_3라 하면 $\overline{AH_3}=\sqrt{15}$가 됩니다.
점A의 평면 BCH_2H_1위로의 정사영을 A'라 하면 다음과 같습니다.
$\overline{AH_3}=\sqrt{15}$이므로 $\overline{BH_3}=1$이 됩니다.

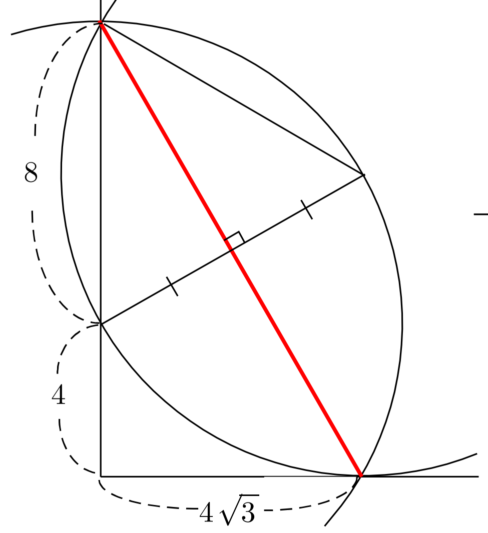


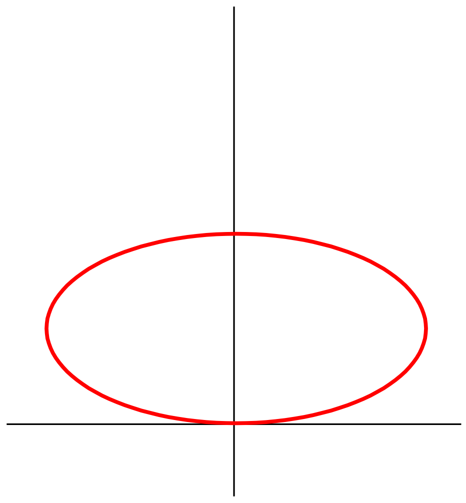
즉, 변$A'H_3$의 길이는 $\sqrt{3}$이 됩니다. 따라서 선분 AA'의 길이는 $2\sqrt{3}$이 되므로
$(\overline{A'H_1})^2+(\overline{AA'})^2=(\overline{AH_1})^2$
정답은 $12+169=181$이 됩니다.



21번 해설 :옆에서 바라본 모습으로 단면화했을 때, 빨간색 선이 두 구가 만나서 생기는 원이 됩니다. 이 때 , 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}$이 됩니다.

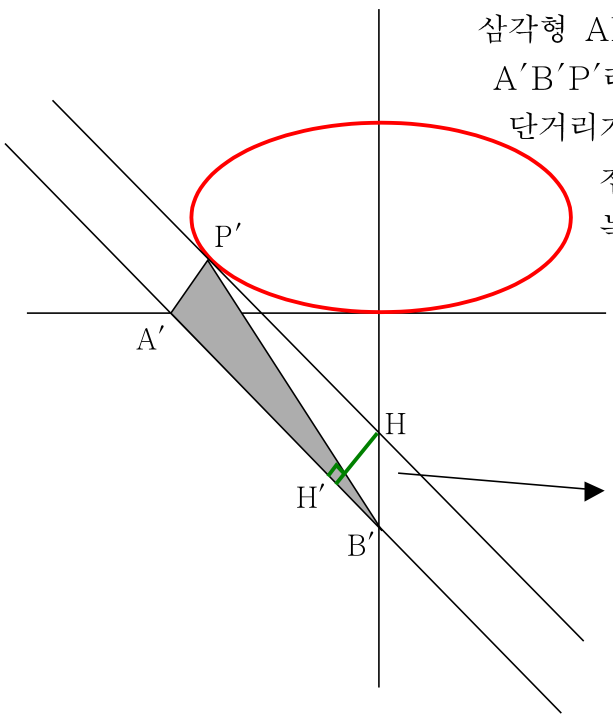
이 원의 xy평면위로의 정사영은 $\frac{x^2}{48}+\frac{(y-2\sqrt{3})^2}{12}=1$이 됩니다.

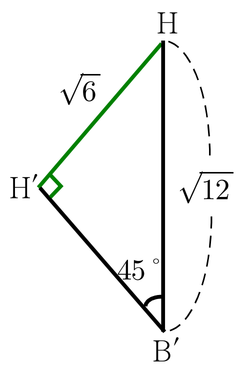




삼각형 ABP의 xy평면위로의 정사영을 삼각형 A′B′P′라고 한다면 접선과 직선A′B′과의 최단거리가 삼각형의 최소높이가 됩니다.

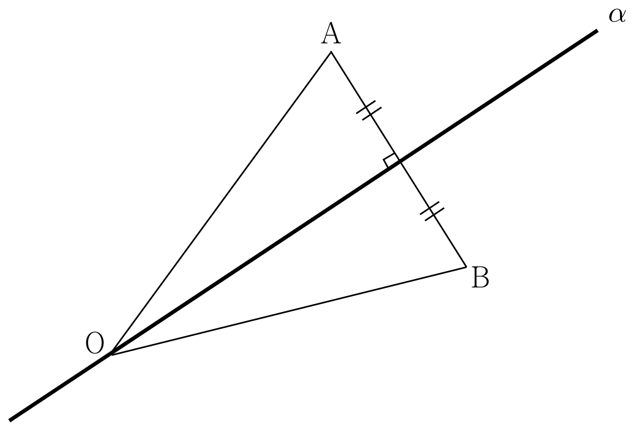
접선은 $y=-x-2\sqrt{15}+2\sqrt{3}$이 되며, 녹색선분의 길이만 구해주시면 됩니다.





따라서 정답은 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{30}\times\sqrt{6}=6\sqrt{5}$ 가 됩니다.

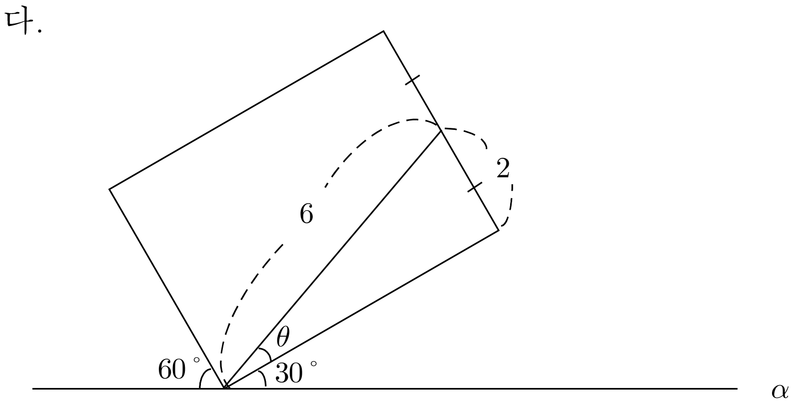
23번 해설: 평면$x+y+z=0$을 α라 한다면 아래 그림처럼 단면화됩니다.
점 A와 평면 α사이의 거리는 $\sqrt{3}$이고, $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{29}$이므로
$S^2=26\times3=78$이 됩니다.



26번 해설: 아래 그림처럼 단면화합니다.

$\cos(\frac{\pi}{2}-\theta)=\frac{1}{3}$이므로 단면의 넓이는 반원의 넓이의 3을 곱한 6π가 되고

$\sin\theta=\frac{1}{3},\cos\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 이므로, 따라서 $6\pi\cos(\theta+\frac{\pi}{6})=6\pi(\frac{2\sqrt{6}-1}{6})=(2\sqrt{6}-1)\pi$
가 됩니다.



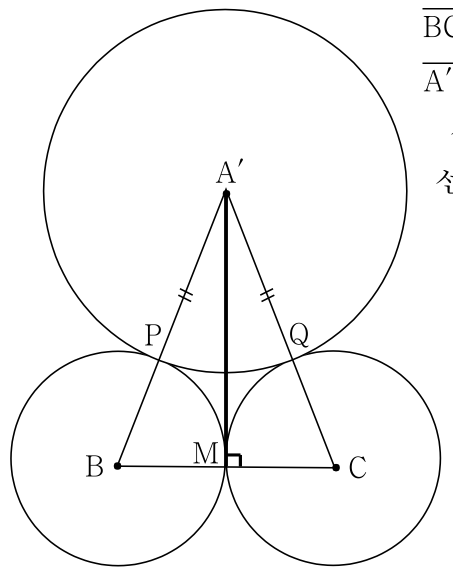
27번 해설: 두 점 B,C를 각각 중심으로 하는 두 밑면을 포함하고, 평면α와 평행인 평면으로 자른다고 생각해봅니다. 아래와 같은 그림이 나올 수 있습니다.

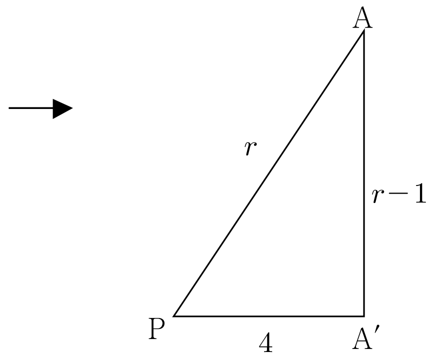
삼각형ABC의 정사영의 넓이가 삼각형A′BC의 넓이와 같습니다.

$\overline{\mathrm{BC}}=4$이므로 $\overline{\mathrm{A'M}}=4\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{A'B}}=6$이 됩니다.

$\overline{\mathrm{A'P}}=\overline{\mathrm{A'Q}}=\overline{\mathrm{A'B}}-2=6-2=4$가 되는 것입니다.

선분AP의 길이는 반지름의 길이이므로 r이고, 선분AA′의 길이는 r-1이 됩니다.





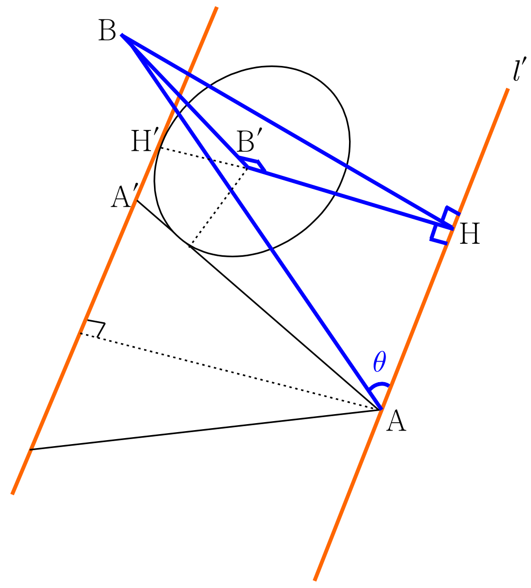
따라서 $r^2-(r-1)^2=16$이므로 $r=\dfrac{17}{2}$, $6r=3\times17=51$이 됩니다.

28번 해설: 점A를 포함하고 평면β와 평행한 평면으로 잘라 생각해봅니다.

점B를 지나고 직선l과 평행한 직선을 l'라 하면 아래 그림과 같습니다.

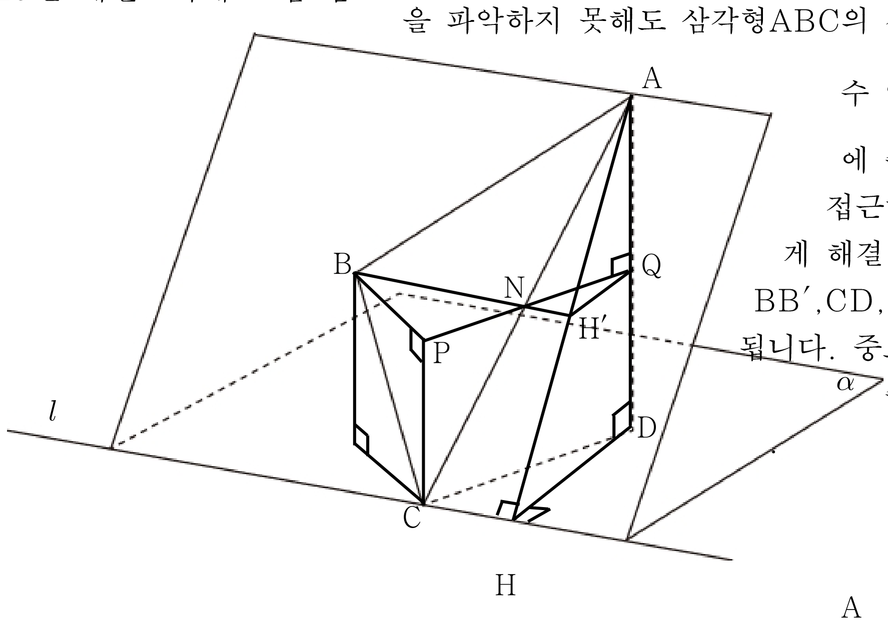
$\overline{\mathrm{AH}}=1+3=4$이고, $\overline{\mathrm{BB'}}=9-6=3$, $\overline{\mathrm{B'H}}=2\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{21}$이므로

$\tan\theta=\dfrac{\overline{\mathrm{BH}}}{\overline{\mathrm{AH}}}=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$이 됩니다.

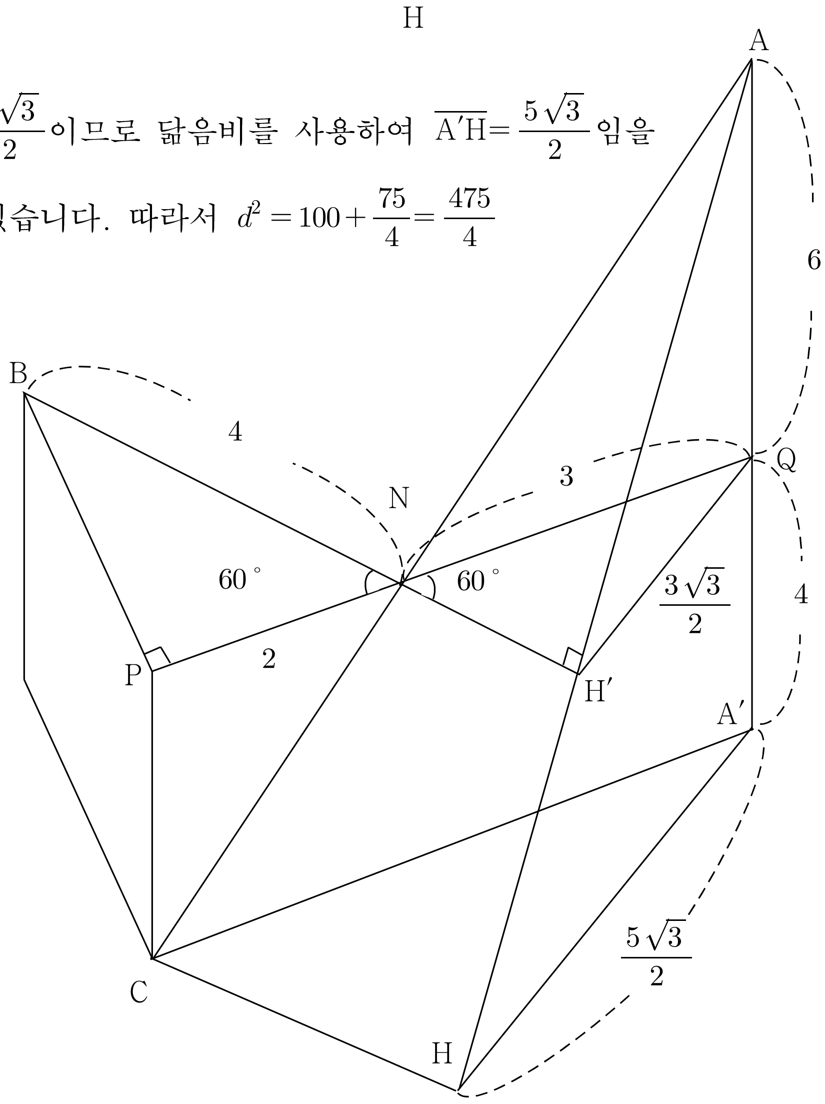


여기서 내분점을 찾는 것이 중요한 것이 아닙니다. 평면ABC,alpha가 서로 이루는 이면각의 크기를 찾아야 되므로 그러기 위해서 교선을 찾기 위해 선분AB를 연장하다보면 내분점을 파악할 수 있게 됩니다. 이면각의 크기를 구한다는 생각에 초점을 맞추면 이 문제는 어렵지 않습니다. 즉, 내분점임을 파악하지 못해도 삼각형ABC의 정사영의 넓이를 쉽게 구할 수 있으므로 $\dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\sin\theta}$를 구할 생각에 좀 더 초점을 맞추고 접근하시면 됩니다. 좌표로도 쉽게 해결 할 수 있습니다. 세 직선 BB′,CD,PC를 좌표축으로 놓아도 됩니다. 중요한 것은 $\sin\theta$값을 구할 수 있느냐 없느냐 입니다.

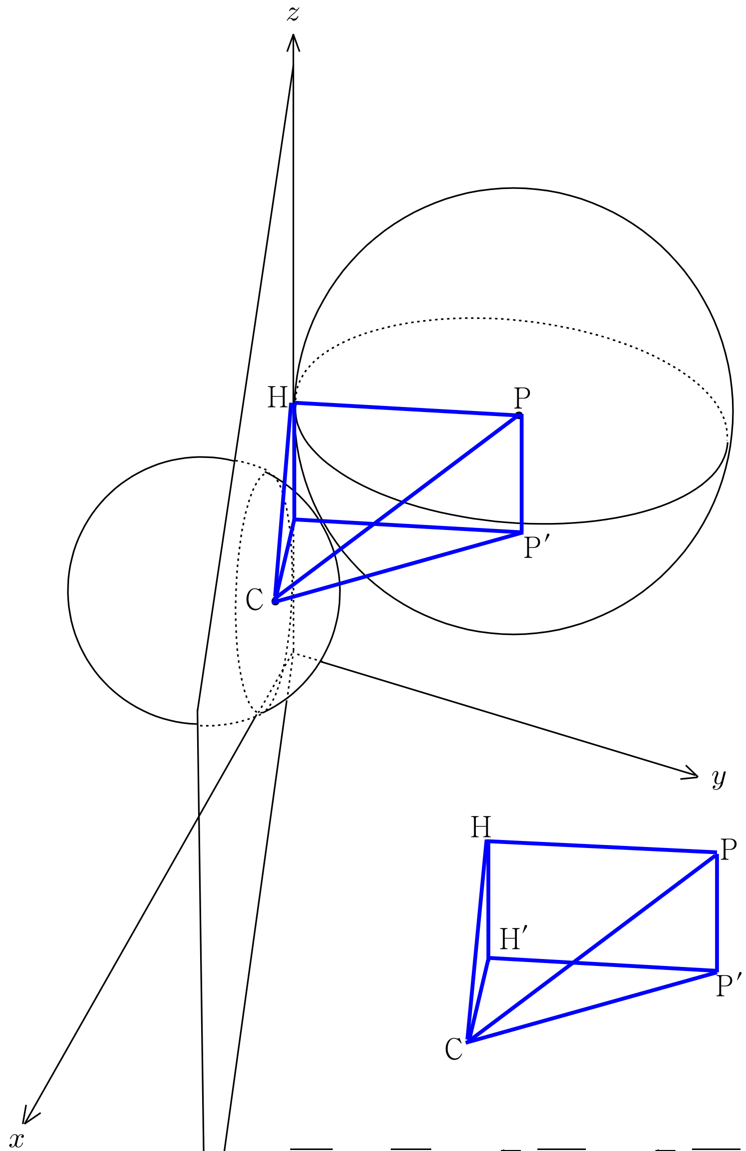
29번 해설: 아래 그림 참고



$\overline{\mathrm{QH'}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$이므로 닮음비를 사용하여 $\overline{\mathrm{A'H}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$임을 알 수 있습니다. 따라서 $d^2=100+\dfrac{75}{4}=\dfrac{475}{4}$



30번 해설



$\overline{\mathrm{PH}}=6, \overline{\mathrm{PC}}=6\sqrt{2}, \overline{\mathrm{PP'}}=2\sqrt{6}, \overline{\mathrm{CP'}}=4\sqrt{3}$이므로

$\cos\theta=\frac{4\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$이고, $48\cos^2\theta=48\times\frac{2}{3}=32$